



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FÍSICA

Felipe Silva Murta

Movimento Vertical e Balístico

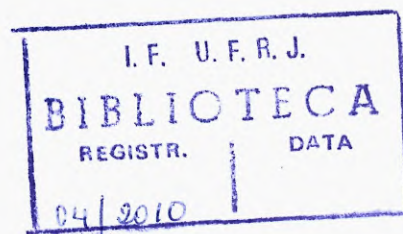
Monografia apresentada ao Instituto de Física, como pré-requisito para a obtenção do grau em Licenciatura em Física

Orientadora: Ligia de Farias Moreira

Banca Examinadora: Marcos Binderly Gaspar
Wilma Machado Soares Santos
Andre Bessadas Penna-Firme

04/2010

Rio de Janeiro, Novembro de 2010



Dedico este trabalho a todos os estudantes de física e aos professores que prezam por formas alternativas que possam enriquecer o aprendizado de forma clara e simples para os todos os alunos.

AGRADECIMENTOS

- ❖ A minha orientadora, Professora Ligia de Farias Moreira pela forma compreensiva e incentivadora.
- ❖ A minha família pela estrutura familiar que me foi oferecida, permitindo que nada me faltasse neste processo de aprimoramento.
- ❖ Aos amigos que acreditaram em minha capacidade, manifestando sempre seus incentivos para que este trabalho fosse realizado.
- ❖ Aos professores Aos professores Marcos Binderly Gaspar, Wilma Machado Soares Santos e Andre Bessadas Penna-Firme pela aceitação em compor a banca responsável pela avaliação deste trabalho.
- ❖ A minha namorada Ana Carolina, pela paciência, apoio e companheirismo dedicados a mim nos momentos em que mais precisei.
- ❖ A todos, enfim, que direta ou indiretamente deram um pouco de si para que não faltasse em mim empenho e dedicação para que este trabalho fosse concluído.

RESUMO

Este trabalho é destinado aos profissionais da área de física e assim como aos estudantes de Física, e tem como objetivo desenvolver aulas sobre Movimento vertical e Movimento Balístico. Tal trabalho representa uma proposta de uma aula para os alunos do primeiro ano Ensino Médio das redes públicas e particulares, que tenham conhecimento sobre Movimento Retilíneo Uniforme (M.R.U.) e Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.) e vetores.

Utilizando equipamentos do cotidiano numa aula teórica de física podemos introduzir o conceito experimental, mostrando para os alunos como o conceito físico pode ser aplicado matematicamente. Com o auxílio desses materiais, fica mais fácil para o aluno visualizar os fenômenos físicos e com uma câmera digital, por exemplo, estes movimentos podem ser filmados e serem uma fonte rica de informações.

Tendo em vista as dificuldades dos alunos em visualizar os movimentos e a ausência de procedimentos experimentais no Ensino Médio, este trabalho introduz o conceito experimental para análise de dados obtidos através de imagens filmadas e superpostas com programas de computador.

O referencial metodológico foi baseado nas teorias de Lev Vigotsky, onde coloca o professor como mediador no processo de aprendizagem.

SUMÁRIO

Introdução	1
Capítulo I – Metodologia	2
1.1) Referencial Teórico	2
1.2) Metodologia Aplicada	3
Capítulo II – Materiais	4
Capítulo III – Desenvolvimento das Aulas	9
3.1) Primeira Aula	9
3.2) Segunda Aula	14
3.3) Terceira Aula	22
3.4) Quarta Aula	31
3.5) Quinta Aula	36
Capítulo IV – Considerações Finais	39
Bibliografia	40
Anexo	41

INTRODUÇÃO

Os assuntos escolhidos foram o movimento vertical e balístico, pois se tratam de movimentos mais complexos, o primeiro sendo acelerado, o aluno apresenta dificuldades para enxergar o objeto caindo de forma acelerada e como dois corpos de pesos diferentes chegam ao mesmo tempo ao solo por exemplo e no caso do balístico, os alunos sentem dificuldades na decomposição dos movimentos. E com os fotogramas destes movimentos facilitam muito no aprendizado e no questionamento dos alunos.

Ainda este trabalho abre margem para discussão de margens de erros, das quais não estamos livres. E como Vigotsky afirmava, cabe ao professor intervir nesta discussão e mediar todo o processo de aprendizagem.

Vamos desenvolver dois temas para alunos do primeiro ano do ensino médio da rede particular e pública: Movimento Vertical e Movimento balístico.

Apesar de ao longo dos anos, físicos e filósofos terem demonstrado que corpos de massas diferentes atingem o solo em tempos iguais e que a distância percorrida pelo objeto aumenta com o quadrado do tempo, para um aluno do Ensino Médio, tal idéia pode ser difícil de ser compreendida na prática. Com os pequenos experimentos propostos neste trabalho visamos minimizar estas questões..

O objetivo destas aulas é demonstrar uma maneira simples e diferente das propostas dos livros de Ensino Médio. Vamos relacionar os movimentos citados acima, utilizando materiais do cotidiano dos próprios alunos.

CAPITULO 1 METODOLOGIA E MATERIAIS

1.1 REFERENCIAL TEÓRICO

Todo aprendizado é necessariamente mediado, e isso torna o papel do ensino e do professor mais ativo e determinante do que o previsto por Piaget e outros pensadores da educação, para quem cabe à escola facilitar um processo que só pode ser conduzido pelo próprio aluno. Segundo Vygotsky, ao contrário dos outros educadores, o primeiro contato da criança com novas atividades, habilidades ou informações deve ter a participação de um adulto. Ao internalizar um procedimento, a criança "se apropria" dele, tornando-o voluntário e independente. Aqui neste trabalho cabe ao professor trazer eventos que ocorrem no dia a dia referente aos movimentos em estudo (que fazem parte do cotidiano dos alunos ou até mesmo em filmes, internet etc.) para que possam relacionar os fatos observados com o previsto nos cálculos ou modelos experimentais [Ferrari, M.].

Segundo Vygotsky, o aprendizado não se subordina totalmente ao desenvolvimento das estruturas intelectuais da criança, mas um se alimenta do outro, provocando saltos de nível de conhecimento. O ensino, para Vygotsky, deve se antecipar ao que o aluno ainda não sabe e nem é capaz de aprender sozinho, porque, na relação entre aprendizado e desenvolvimento, o primeiro vem antes. É a isso que se refere um de seus principais conceitos, o da zona de desenvolvimento proximal, que seria a distância entre o desenvolvimento real de uma criança e o potencial que ela tem de aprender que é demonstrado pela capacidade de desenvolver uma competência com a ajuda do professor. Em outras palavras, a zona de desenvolvimento proximal é o caminho entre o que a criança consegue fazer sozinha e o que ela está perto de conseguir fazer sozinha. Saber identificar essas duas capacidades e trabalhar o percurso de cada aluno entre ambos são as duas primeiras habilidades que um professor precisa ter, segundo Vygotsky [Ferrari, M.].

Para Vygotsky, o professor é de muita importância no papel de impulsionador do desenvolvimento psíquico das crianças. Para ele, o importante é o professor apresentar formas de pensamento, não sem antes detectar que condições os estudantes tem de absorvê-las. As atividades descritas nesse trabalho estimulam as crianças a pensar de um modo novo, objetivando, até mesmo, a motivação. Considera ele, que todo

aprendizado amplia o universo do aluno. Outro ponto básico em seu pensamento é de que todo aprendizado é necessariamente mediado, o que significa dizer que o papel do professor deve ser mais ativo e determinante do que previsto por Piaget e outros pensadores da educação. Cabe a escola facilitar um processo que só pode ser conduzido pelo próprio aluno, ou seja, o primeiro contato da criança com novas atividades, habilidades ou informações deve ter a participação de um adulto – o professor.

Concluindo a nossa visão sobre o pensamento de Vygotsky, entendemos que o desenvolvimento intelectual de uma criança se deve fundamentalmente as relações sociais nesse processo, tanto que a corrente pedagógica que se originou de seu pensamento é chamada de “Socioconstrutivismo”. [Ferrari, M.]

1.2 METODOLOGIA APLICADA

Serão necessárias cinco aulas para que se introduzam todos os conceitos, teórico e prático, abordados neste trabalho e o aluno seja avaliado. Nestas aulas de 40 minutos seguiremos uma seqüência para que estes conceitos sejam abordados de maneira eficiente. Na primeira aula será feito uma avaliação inicial para obtermos uma noção de como os alunos explicam os movimentos verticais e balísticos. Aproveitaremos para fazer, no restante da aula alguns experimentos simples. A partir daí, na segunda aula, teremos demonstração dos vídeos de movimento vertical, vistos na aula anterior, seguida por uma exposição da teoria. Após serão dadas as fotos estroboscópicas obtidas daquele vídeo, serão coletados, das fotos, os dados que descrevam este movimento, faremos a montagem dos gráficos. Na terceira aula, mostraremos o vídeo de movimento balístico, em seguida desenvolveremos a teoria referente ao assunto e por fim as fotos utilizadas para a obtenção de dados deste movimento. Na quarta aula serão feitos exercícios com uma revisão da matéria e na quinta será feita uma avaliação somativa.

2.3 MATERIAIS

Para construir os equipamentos que foram lançados (desprezando a resistência do ar) foram necessários: duas “caixinhas” iguais, (embalagem de kinder ovo, caixa de fósforo, potinhos de filme, etc..) uma pena, uma bola de gude.



Figura 1 – Embalagens iguais com pesos diferentes para o experimento de queda livre.

O lançamento vertical, com resistência do ar, foi feito a partir de uma caixinha de filme de câmera fotográfica, um saco de mercado cortado em forma circular (nosso pára-quedas), linha de costura e um clipe para formar o gancho que prende a caixinha à linha de costura que segura o pára-quedas conforme figura abaixo.



Figura 2- Pára-quadras para o experimento de queda com resistência

Para construir o equipamento que lançará os objetos, foi necessário: bolas de gude, cano, corda de varal, braçadeira, fita crepe, fita métrica, uma base de madeira , um suporte de madeira, mola, pregos, parafusos, rolha e um transferidor.

Prega-se o suporte na base de madeira

O cano escolhido apresenta cerca de uma polegada de diâmetro e em uma das extremidades, coloca-se uma rolha “com um furo no meio” por onde a corda passará

para puxar a mola. Ainda foi feito um “rasgo” no cano que permitiu ver a distensão da mola enquanto se puxa a corda.

A braçadeira serviu para prender o cano ao suporte de madeira e deixar o cano livre para mudar o ângulo de disparo das bolas. Este equipamento foi chamado de “canhão”.

Dimensões do canhão:

- Base: (2 x 10 x 18) cm;
- Suporte: (5,7 x 5,7 x 22) cm;
- Cano: 20 cm;
- Corda: 40cm.

Abaixo seguem as fotos do equipamento montado. Dentro do cano há duas molas (devido ao tamanho deste) e em uma de suas extremidades foi colocada a rolha para lacrar um dos lados. Esta rolha possui um buraco por onde passa a corda que prende as molas através de um prego. Um nó foi feito na corda para fazer uma “trava” nas molas quando é feito o disparo, impedindo que as molas saiam do cano junto com a bola de gude.



Figura 3: Foto do equipamento visto de lado.



Figura4: Foto do equipamento visto de frente.

Para filmagem foi utilizada uma câmera digital doméstica e para edição das imagens foram utilizados os programas: Virtual Dub [<http://www.superdownloads.com.br/download/139/virtualdub/>, 04/09/2010] para a edição dos filmes, Image J [<http://www.superdownloads.com.br/download/174/imagej/>, 04/09/2010] para sobrepor as imagens do trecho do filme editado, que estão disponíveis na internet, OriginPro [<http://www.fiberdownload.com/Download/18908/OriginPro> , 04/09/2010] para montar os nossos gráficos (na sala de aula os alunos farão os gráficos em papel milimetrado e o Paint, que vem com o próprio windows, para obter as distâncias dos objetos, mas durante as aulas será utilizado uma régua.

OBS: Ao fazer as imagens devemos colocar uma marcação com distância conhecida para poder fazer a conversão de pixels em cm.

CAPÍTULO III - DESENVOLVIMENTO DAS AULAS

3.1 PRIMEIRA AULA

Inicialmente foi feita uma pré-avaliação dos alunos para verificar os conhecimentos prévios composta por cinco questões.

Questionário:

1 - Se dois corpos de massas diferentes caírem, ao mesmo tempo, partindo do repouso, em movimento vertical para baixo, qual chega primeiro? Por quê?

R: A maioria dos alunos respondeu que o mais pesado chega primeiro, porém, a princípio ambos chegam ao mesmo tempo, dependendo da sua forma que pode aumentar a resistência do ar, pode variar o tempo de chegada deles.

2 – Porque usamos pára-quedas para pular de um avião?

R: A maioria do alunos respondeu que era para diminuir o impacto com o solo, mas não explicaram exatamente o por que dessa redução. O pára-quedas diminui a velocidade de impacto do objeto devido a sua resistência com o ar. O objeto acelera até uma certa velocidade e passa a cair sem acelerar mais.

3 – Quando os militares querem descer um carro blindado de pára-quedas, qual o procedimento?

R: Os alunos aqui responderam devido ao peso seria necessário mais de um pára-quedas. Na realidade os blindados descem com mais de um para a devida distribuição de peso em cada um dos pára-quedas e além disso há limitações de resistência do ar em cada para-quedas.

4 - Desenhe a trajetória de uma bola de futebol chutada por um goleiro.

R: Aqui a maioria dos alunos desenhou corretamente.

5 – Desenhe a trajetória da bola de futebol sofrendo ação do vento

R: Os alunos conseguiram desenhar corretamente, uns acelerando (a favor do vento) e outros desacelerando (contra o vento). Eles somente não definiram no desenho a questão de aceleração e desaceleração.

6 - Desenhe a trajetória de um tiro de pistola disparado na horizontal.

R: Nesta pergunta a maioria desenhou como se fosse uma linha reta, enquanto que na verdade, o tiro por sair com muita velocidade, no início parece uma linha reta, mas em seguida segue uma trajetória parabólica.

7- Se jogarmos um gato do 50º ou do 20º andar. A velocidade que o gato atingiria o solo seria maior, igual ou menor nos dois casos.

R: A maioria respondeu que o gato jogado do 50º andar chegava com a velocidade maior. Eles não possuem o conceito de velocidade limite, onde a resistência do ar (proporcional a área do objeto lançado) limitaria a velocidade do objeto em questão.

Uma vez respondido o questionário, realizamos alguns experimentos de queda livre. O que se pretende é levar os alunos a uma discussão preliminar sobre o que ele observa nos experimentos. As experiências são filmadas. Começamos pelo “quem chega primeiro” com objetos de mesmo formato e pesos diferentes partindo da mesma altura em relação ao piso.



Figura 5: Foto do lançamento de objetos de massas diferentes lançados ao solo ao mesmo tempo.

Na figura acima, o objeto da esquerda possui uma pena dentro dele enquanto o outro possui uma bolinha de gude com peso maior. Ambos foram lançados verticalmente ao solo, ao mesmo tempo. Com a filmagem e o tratamento das imagens podemos notar que ambas caem e chegam ao solo juntas.

Em seguida realizamos, para o movimento vertical para baixo, o lançamento de objetos em queda livre e utilizando “um pára-quedas”.



Figura 6: Foto do lançamento vertical sem resistência.



Figura 7: Foto do lançamento vertical com resistência.

O resultado observado na figura 6 mostra o objeto sendo lançado verticalmente para baixo desprezando resistência do ar (o pára-quedas está dentro do potinho) e como podemos verificar o movimento não durou muito tempo, cerca de 0,6 segundos e o objeto foi direto ao solo sem dificuldades. E em seguida o mesmo objeto foi lançado verticalmente para baixo com resistência do ar (o pára-quedas do lado de fora do potinho) e observamos o resultado na figura 7. Podemos notar que o objeto caiu de maneira mais lenta, cerca de 1,12 segundos, devido à resistência do ar que foi causada pelo nosso “pára-quedas”, uma vez que tivemos um aumento da área de contato do objeto com o ar.

Conforme comentado no questionário, o objeto lançado com o pára-quedas aumenta sua resistência com ar devido à ação do pára-quedas, este atinge uma velocidade a qual para de acelerar. Mesmo não havendo o pára-quedas o objeto também atinge a velocidade limite, mas com o uso deste, por possuir uma área de contato maior com o ar, isto faz com que aumente a sua resistência fazendo com que atinja uma velocidade máxima mais rápida e menor que o lançamento sem resistência.

O experimento deixa claro que o “para-quedas” aumenta o tempo de queda devido ao aumento da resistência do ar reduzindo a velocidade da queda e conseqüentemente o impacto com o solo. Esta força de resistência do ar é proporcional a velocidade, $F_{\text{res. ar}} = b v$, onde b é uma constante.



Fizemos, então, alguns disparos com o canhão, na vertical, para cima, e discutimos as observações dos alunos.

Figura 8: Foto do lançamento vertical para cima.

Terminamos a aula fazendo dois disparos oblíquos.



Disparo 1 – ângulo de 60° (em relação ao solo)

Figura 9: Foto da trajetória do movimento balístico



Disparo 2 – ângulo de 30° (em relação ao solo)

Figura 10: Foto da trajetória do movimento balístico.

Entre uma experiência e outras discutimos o que os alunos observaram. Chamamos a atenção para o tempo obtido pela câmera digital. E com as filmagens editamos as imagens para obtenção de dados que foram utilizados nas próximas aulas.

3.2- SEGUNDA AULA

Antes do início da aula fizemos um breve retrospecto histórico.

Segundo Aristóteles todos os corpos celestes no Universo possuíam almas, ou seja, intelectos divinos que os guiavam ao longo das suas viagens, portanto estes responsáveis pelo movimento do mesmo. Existiria, então, uma última e imutável divindade, responsável pelo movimento de todos os outros seres, uma fonte universal de movimento, que seria, no entanto, imóvel. Todos os corpos deslocar-se-iam em função

do amor, o qual nas últimas palavras do Paraíso de Dante, moviam o Sol e as primeiras estrelas. Aristóteles nunca relacionou o movimento dos corpos no Universo com o movimento dos corpos da Terra e ainda dizia quanto mais pesado um corpo, mais depressa ele chegaria ao solo. Tal idéia baseada em observações qualitativas transformou-se em dogma e predominou durante cerca de 20 séculos. Recebendo a educação Aristotélica convencional, Galileu Galilei (1564-1642) foi o italiano quem primeiro procurou verificar experimentalmente se as idéias de Aristóteles seriam válidas. Observou que, de forma experimental, a de maior peso realmente chegava primeiro ao solo, porém ele atribui as pequenas discrepâncias no tempo de queda ao efeito da resistência do ar explicando as observações qualitativas de Aristóteles. Mais tarde com a invenção da máquina pneumática, verificou-se que objetos de pesos muito diferentes caíam ao mesmo tempo quando se eliminava a resistência do ar. Galileu resolveu a dificuldade do estudo da queda livre diminuindo a aceleração com o auxílio de um plano inclinando, em lugar de medir a velocidade em função do tempo, mediu a distância percorrida por um objeto descendo um plano inclinado a partir do repouso, mostrando que cresce com o quadrado do tempo, sendo característico do M.R.U.V. (Nussenzveig).

Até o final do século XVI, pensava-se que um projétil subia em linha reta, fazia uma curva no alto da trajetória, e em seguida caía verticalmente (noção pré-galileana). Galileu Galilei (1564-1642) foi o italiano quem primeiro estudou, com rigor, os movimentos na Terra. As suas experiências permitiram chegar a algumas leis da Física que ainda hoje são aceitas. Ele também introduziu o método experimental: Na base da Física, há problemas acerca dos quais os físicos formulam hipóteses, as quais são sujeitas à experimentação, ou seja, provoca-se um dado fenômeno em laboratório de modo a ser possível observá-lo e analisá-lo cuidadosamente. Além disso, procedeu a várias experiências, como deixar cair corpos de vários volumes e massas, estudando os respectivos movimentos. Tais experiências permitiram-lhe chegar a conclusões acerca do movimento em queda livre e ao longo de um plano inclinado. Também o estudo do movimento do pêndulo, segundo o qual concluiu que independentemente da distância percorrida pelo pêndulo, o tempo para completar o movimento é sempre o mesmo. Através desta conclusão construiu o relógio de pêndulo, o mais preciso da sua época. Galileu desenvolveu que a trajetória de um projétil após seu lançamento seria uma parábola e o movimento do projétil era constituído de dois movimentos independentes

(um horizontal e outro vertical, de queda livre, sujeito à aceleração da gravidade) que foi definido como princípio da independência dos movimentos simultâneos. Isaac Newton, com base nos estudos de Galileu, desenvolveu os principais estudos acerca do movimento, traçando leis gerais, que são amplamente aceites hoje em dia (Nussenzveig).

Neste momento foi mostrado o vídeo de queda livre (sem resistência do ar) e queda com resistência ar. Ver figura 6 e 7.

Lançamento vertical

Para a aula de número dois foi detalhado o movimento de queda livre. O objeto foi lançado verticalmente ao solo, a partir do repouso e a turma dividida em grupos de três a cinco pessoas.

Cada grupo recebeu as fotos estroboscópicas e os alunos mediram as distâncias em função do tempo de queda.. As fotos estroboscópicas foram obtidas a partir da filmagem e com a edição dos fotogramas, realizadas no computador, com os programas Virtual Dub e Image J, As filmagens podem ser feitas na primeira aula ou em casa pelo professor.

A imagem foi ampliada e impressa para que com um auxílio de uma régua os alunos pudessem medir as distâncias, sem a necessidade de um computador, mas para este trabalho utilizaremos o programa “paint brush” do Windows para obtenção dos dados.



Figura 11: Foto do lançamento vertical sem resistência.

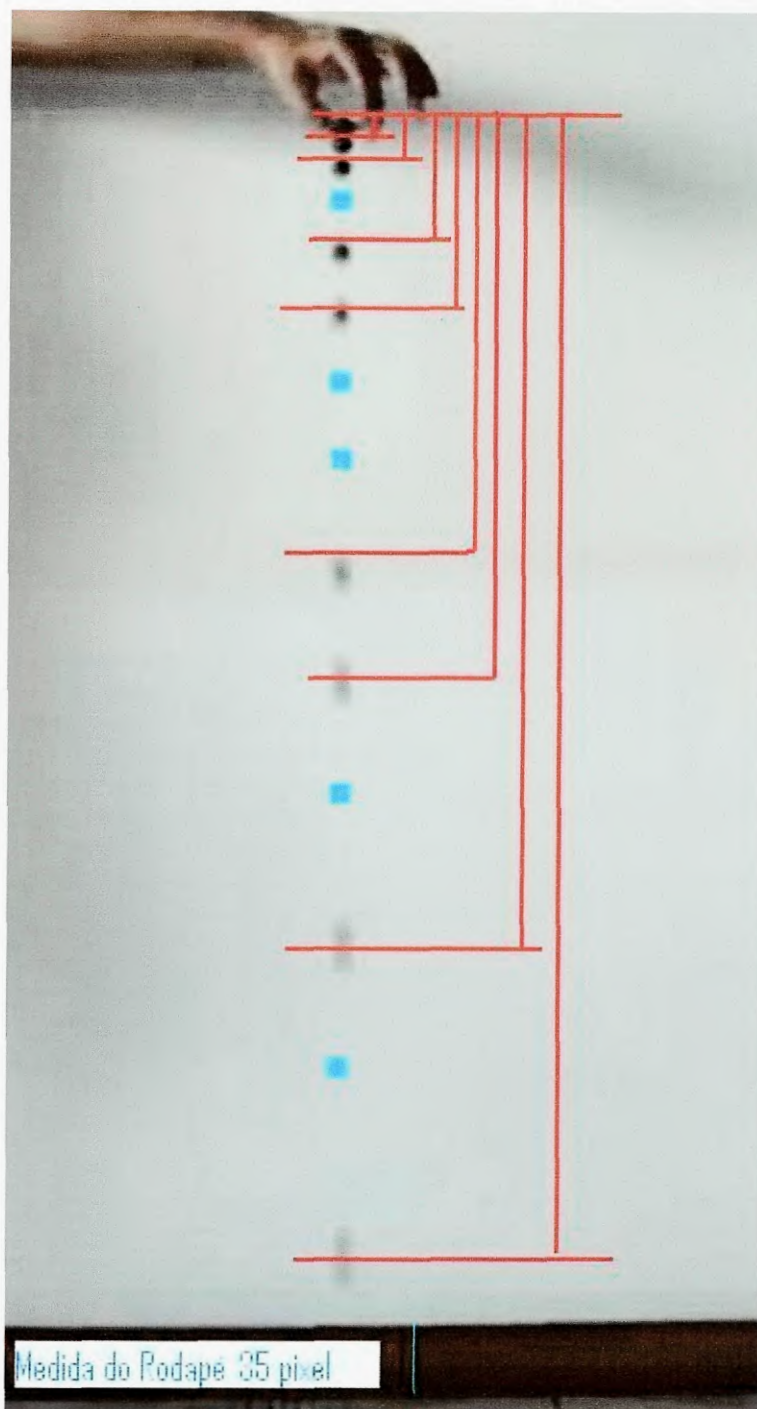


Figura 12: Detalhe nas variações de espaço em função do tempo, além da medida do rodapé, medidas tiradas em aula.

Com esta imagem, durante a aula, os alunos irão obter as distâncias. As distâncias são obtidas pela referência de 35 pixels para o tamanho do rodapé, e os tempos, pelo programa “Virtualdub” que corresponde ao tempo da câmera entre um fotograma e outro. Se for necessário apagar alguns fotogramas intermediários, deve ser feito sempre

com o mesmo intervalo e o tempo corrigido. Como a distância do rodapé mede 6 cm os alunos farão a conversão para cm.

Tabela 1 – Dados tirados da figura 12

Espaço (pixels \pm 1)	Espaço (em cm \pm 0,1)	Tempo (segundos)
0	0,00	0,00
11	1,89	0,04
22	3,77	0,08
38	6,51	0,12
62	10,63	0,16
96	16,46	0,20
128	21,94	0,24
167	28,63	0,28
220	37,71	0,32
282	48,34	0,36
335	57,43	0,40
418	71,66	0,44
472	80,91	0,48
573	98,23	0,52

Gráfico (Posição x Tempo):

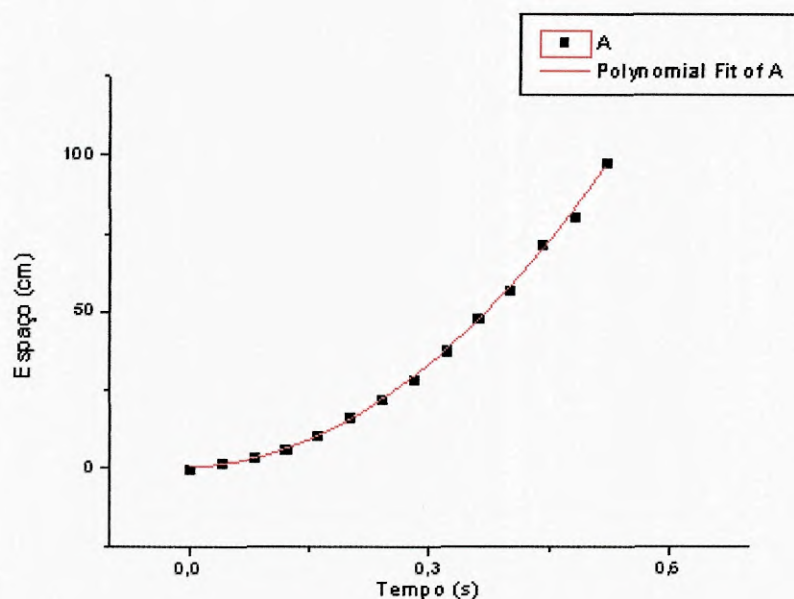


Figura 13 Gráfico do movimento vertical

A partir deste gráfico temos a função $y = Ax^2 + Bx + C$, e com estes dados temos $A = (3,43 \pm 0,11 \text{ m/s}^2)$ obtido pelo ajuste de polinômio de segundo grau no programa Origin. O A da curva corresponde à metade do valor próximo da gravidade. Nos dando o valor de $6,86 \text{ m/s}^2$.

Lançamento vertical para cima.

Editando a imagem os alunos fizeram as medidas e obtiveram:

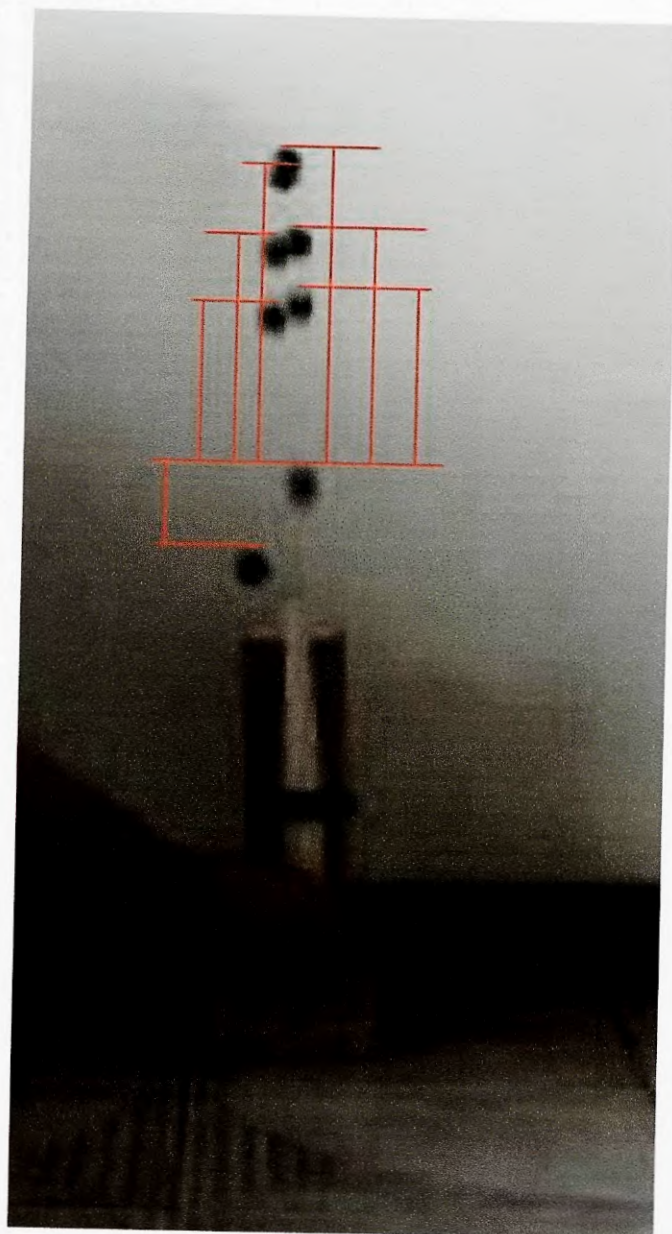


Figura 14: Detalhamento da imagem obtida no lançamento vertical para cima, medidas tiradas em aula.

Os dados obtidos são demonstrados na tabela 2 abaixo:

Tabela 2- Dados retirados da figura 14

Espaço (pixel ± 1)	Espaço (em cm $\pm 0,1$)	Tempo (s)
0	0	0,00
89	10,88	0,08
119	14,54	0,12
159	19,43	0,16
151	18,46	0,24
115	14,06	0,28
81	9,90	0,32
-44	-5,38	0,40

Gráfico (Posição x Tempo):

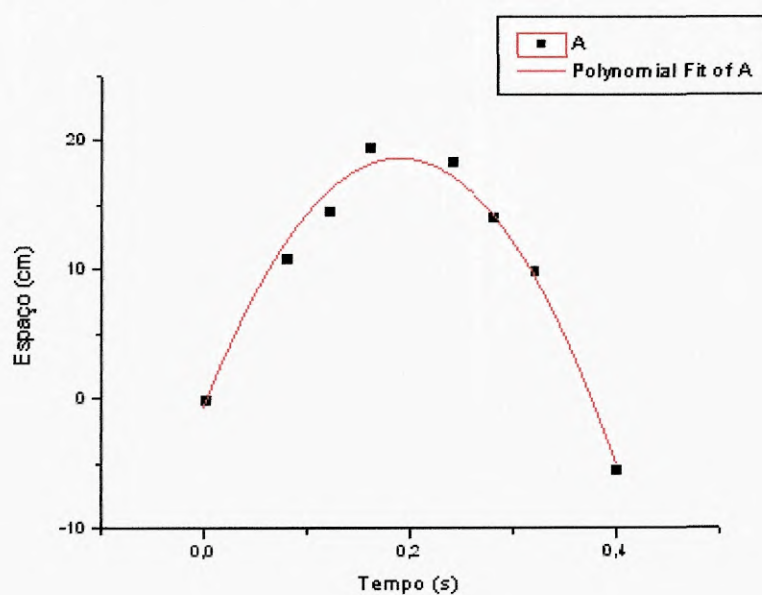


Figura 15 – Gráfico da Posição x Tempo. Aqui podemos observar que o tempo de subida é igual ao tempo de descida.

Com os dados obtidos a partir da figura 15 foi feito no programa Origin o ajuste de um polinômio de segundo grau e temos como **A** da curva $y = Ax^2 + Bx + C$ corresponde a $(5,30 \pm 0,20) \text{ m/s}^2$. E como **A** vale a metade do valor de g , temos que $g = 10,60 \text{ m/s}^2$.

Com base nesses dados, observamos que o movimento vertical é um M.R.U.V. onde as equações horárias são:

- $S_y = S_{oy} + V_{oy}t + \frac{1}{2} g t^2$ (equação do espaço onde S é a altura em que se encontra o objeto, antes de ser lançado.
- $V = V_{oy} + gt$ (equação horária da velocidade,
- g é a gravidade com valor aproximado de $9,8 \text{ m/s}^2$
- tempo de subida é igual ao tempo de descida
- no ponto mais alto da subida a velocidade é zero, mas o objeto continua sofrendo ação da aceleração da gravidade (g).

3.3 TERCEIRA AULA

No começo da aula passamos os vídeos de movimento balístico da primeira aula. E formamos novamente os grupos e cada grupo recebeu a figura 16.

Foram feitos dois disparos, para mostrar ao aluno que este movimento é composto por dois movimentos (bi-dimensional) como Galileu afirmava, independente do ângulo disparado, maior que zero e menor que 90. Nestes casos voltamos ao M.R.U. e o Movimento Vertical.

Projétil lançado com ângulo de 30° em relação ao solo

Editando a imagem os alunos deverão determinar a distância no eixo “x”, que representa o alcance do objeto. Com isso, temos:

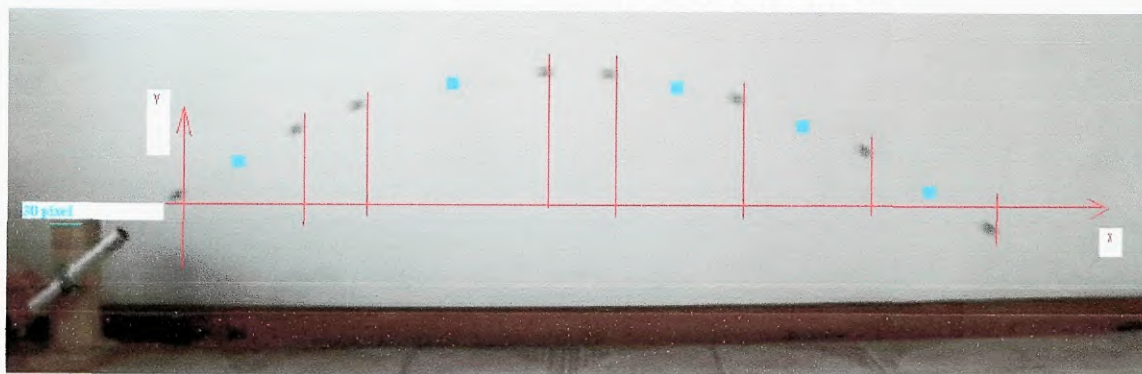


Figura 16: Representação do detalhamento do movimento na direção do eixo “x”, medidas tomadas em aula. As distâncias em tempos iguais deveriam ser iguais, porém por algum motivo a câmera ou o software detalhou a imagem desse jeito.

A partir desta imagem os alunos irão medir as distâncias no eixo “x”.

Tabela 3 – Dados obtidos da figura 16 do movimento horizontal

Espaço (pixel ± 1)	Espaço (em cm $\pm 0,1$)	Tempo (segundos)
0	0,00	0,00
52	9,88	0,04
104	19,76	0,08
158	30,02	0,12
235	44,65	0,16
313	59,47	0,20
371	70,49	0,24
427	81,13	0,28
480	91,20	0,32
535	101,65	0,36
590	112,10	0,40
646	122,74	0,44

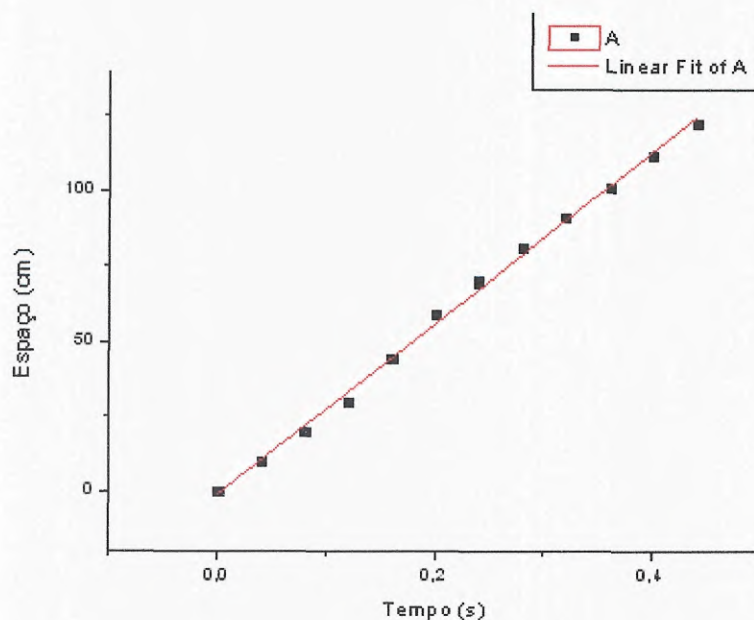


Figura 17 Gráfico da decomposição do eixo x do movimento balístico

O gráfico foi ajustado com uma reta, indicando que a velocidade horizontal é constante.

Ao editar a imagem, os alunos deverão determinar a distância no eixo “y”, que representa a altura do objeto, tendo o seguinte resultado:

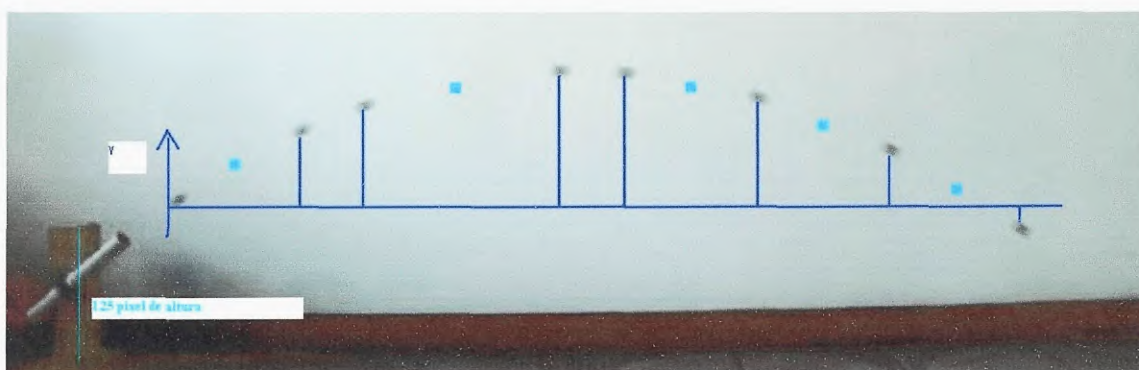


Figura 18: Representação do detalhamento do movimento na direção do eixo “y”, medidas tiradas em aula.

Tabela 4: Movimento vertical Dados obtidos da figura 18

Espaço (pixel ± 1)	Espaço (em cm $\pm 0,01$)	Tempo (segundos)
0	0,00	0,00
34	5,98	0,04
65	11,44	0,08
90	15,84	0,12
106	18,66	0,16
123	21,65	0,20
120	21,12	0,24
106	18,66	0,28
97	17,07	0,32
72	12,67	0,36
45	7,92	0,40
12	2,11	0,44

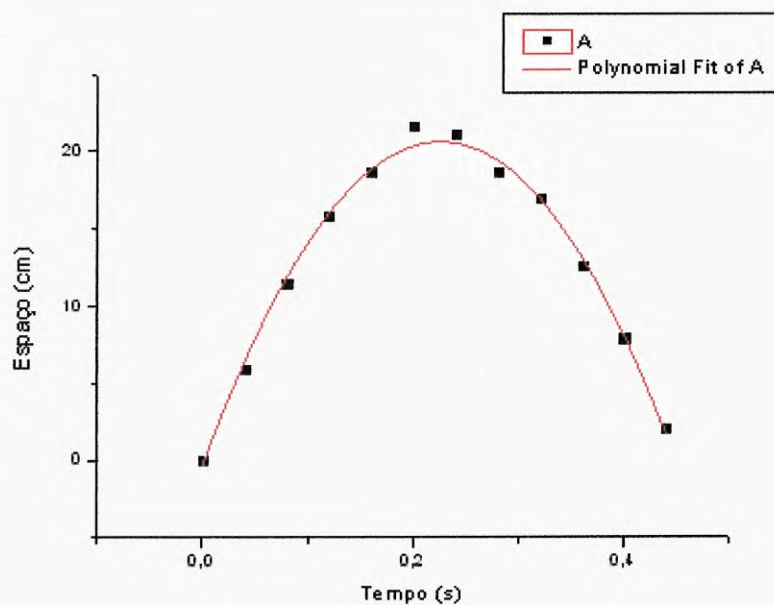


Gráfico (Posição x Tempo):

Figura 19: Gráfico do movimento vertical do projétil em relação ao eixo y

Este gráfico segue a função da parábola, a mesma do movimento vertical. O ajuste do polinômio de segundo grau da equação $y = Ax^2 + Bx + C$ nos deu o valor de A igual a $(4,13 \pm 0,10) \text{ m/s}^2$. Assim nossa gravidade vale $8,26 \text{ m/s}^2$.

Projétil lançado com um ângulo de 60°

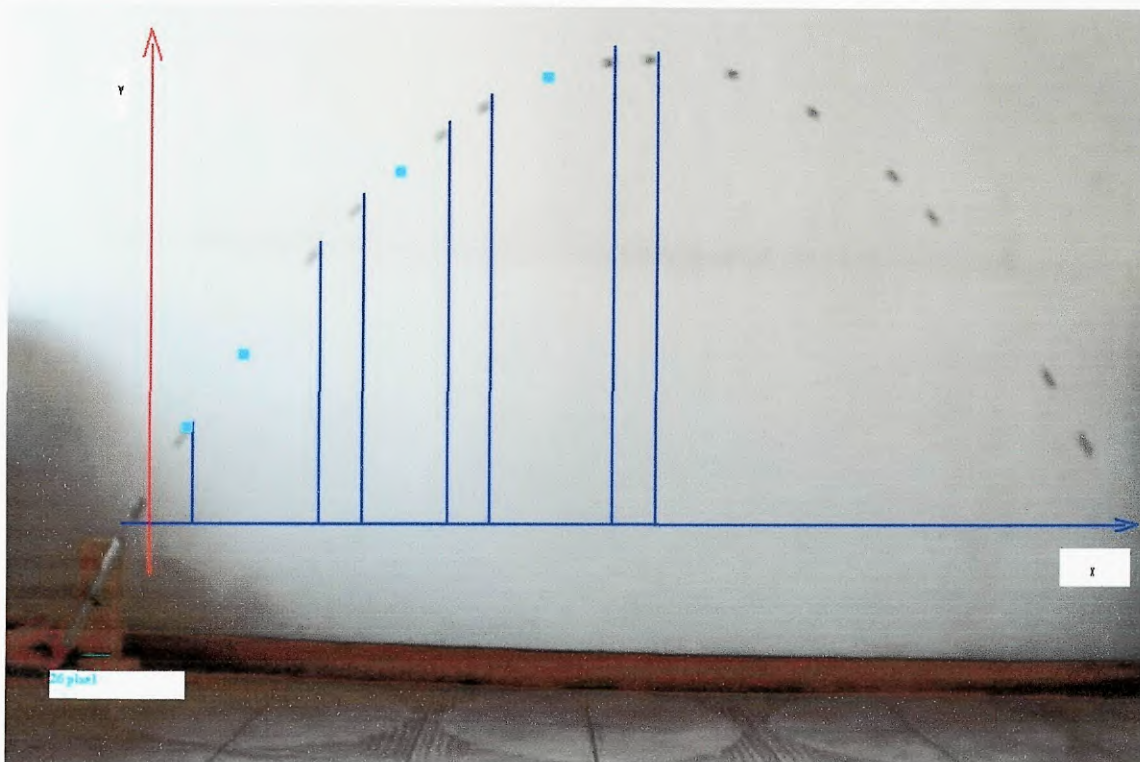


Figura 20: Representação do detalhamento das distâncias no eixo “x”.

Tabela 5 - Dados das medidas obtidas no eixo “x”

Espaço (pixel ± 1)	Espaço (em cm $\pm 0,01$)	Tempo (segundos)
0	0,00	0,00
41	8,99	0,04
90	19,73	0,08
154	33,76	0,12
194	42,53	0,16
232	50,86	0,20
270	59,19	0,24

308	67,52	0,28
364	79,80	0,32
420	92,08	0,36
461	101,07	0,40

Gráfico (Posição x Tempo):

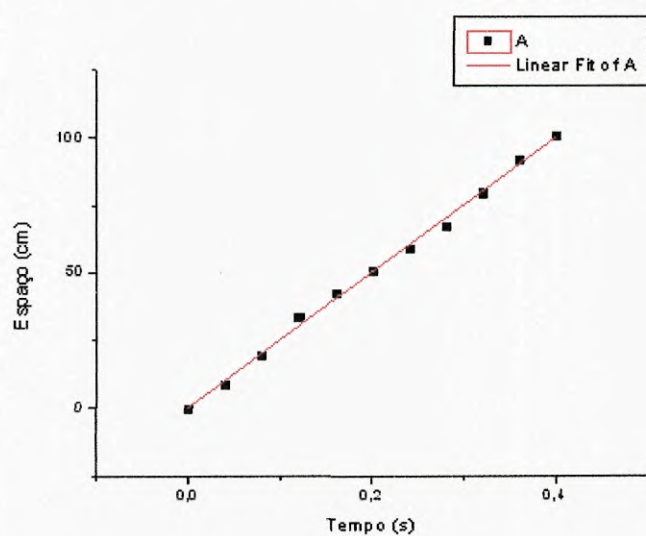


Figura 21: Gráfico espaço (cm) x tempo (s), do disparo de 60 graus, no eixo x.

Eixo Y:

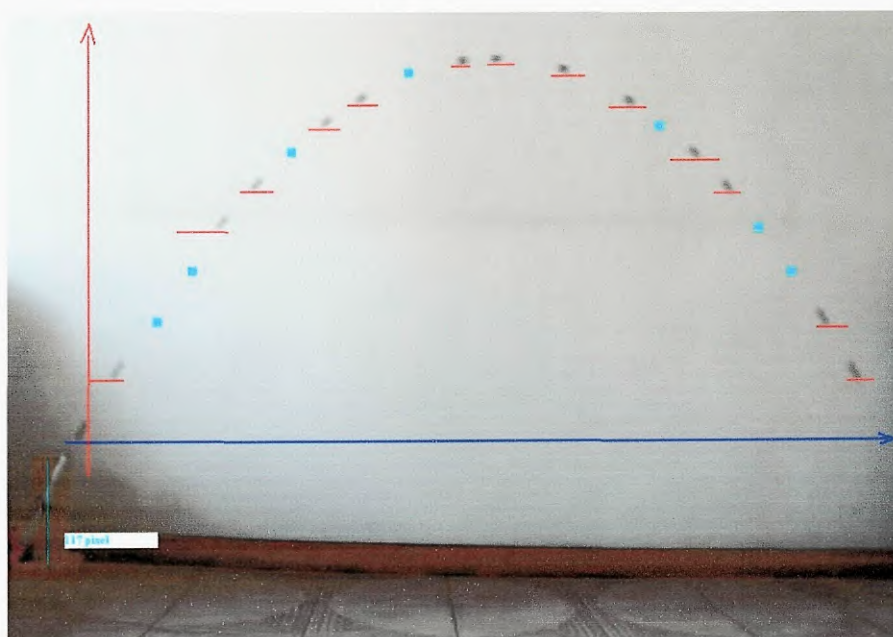
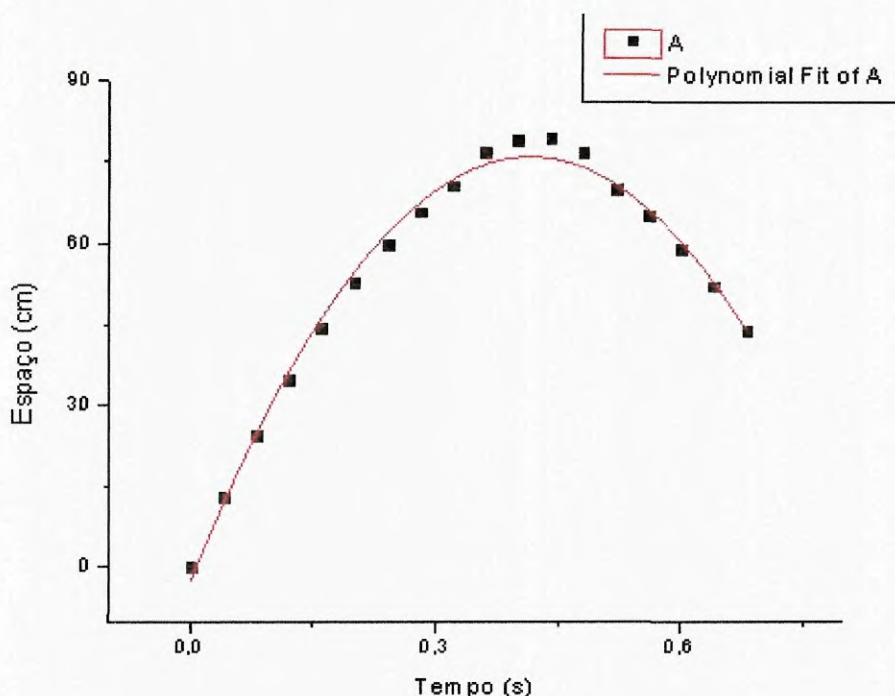


Figura 22 – Representação do detalhamento das distâncias no eixo “y”.

Tabela 6 – Dados retirados da figura 22.

Espaço (pixel ± 1)	Espaço (em cm $\pm 0,1$)	Tempo (segundos)
0	0,00	0,00
70	13,16	0,04
130	24,44	0,08
186	34,97	0,12
236	44,38	0,16
282	53,03	0,20
319	59,98	0,24
351	66,00	0,28
377	70,89	0,32
409	76,91	0,36
421	79,16	0,40
423	79,54	0,44
409	76,91	0,48
374	70,32	0,52
348	65,44	0,56
315	59,23	0,60
279	52,46	0,64
234	44,00	0,68

Figura 23: Gráfico espaço (cm) x tempo (s), do disparo de 60 graus, no eixo x.



O ajuste do polinômio de segundo grau da equação $y = Ax^2 + Bx + C$ nos deu o valor de A igual a $(4,50 \pm 0,10) \text{ m/s}^2$. Valor correspondendo à metade da aceleração da gravidade, nos dando $g = 9,0 \text{ ms}^2$.

Com base nos resultados, podemos observar o movimento balístico de forma bem experimental, Também notamos que os objetos foram lançados de formas diferentes com velocidades iniciais distintas, V_0 correspondendo aos B da equação $y = Ax^2 + Bx + C$ para MUV, ou $y = Ax + B$, para MRU, lembrando que $v_o^2 = v_{ox}^2 + v_{oy}^2$. Mesmo com essas diferenças, os resultados foram os mesmos para os eixos observados de forma isolada. Com isso podemos afirmar que:

- No eixo x (horizontal) os gráficos mostram um movimento retilíneo uniforme, portanto obedecem a equação $y = Ax + B$
- Já no eixo y (vertical) os gráficos mostram um movimento retilíneo uniformemente acelerado (M.R.U.V.) e, portanto, obedecem as equações abaixo:
- $y = Ax^2 + Bx + C$

As equações descrevem o que Galileu afirmava, movimento balístico pode ser um movimento bidimensional, desde que sejam feitas algumas considerações como desprezar resistência do ar, curva do objeto lançado etc.

-no eixo x temos:

$S_x = V_x t$ (que é a equação horária, do espaço, do movimento uniforme)

- e no eixo y temos:

$S_y = V_{oy} t + \frac{1}{2} g t^2$ e $V = V_o + gt$ (que são as equações horárias, do espaço e da velocidade, do movimento retilíneo uniformemente variado)

Agora podemos fazer uma análise tendo como base estes movimentos e calcularmos:

- *O Tempo de “vôo”:*

- Quando o objeto retorna à altura 0, representada pelo eixo y, temos:

$$S_y = 0 = S_{0y} + V_{0y} t - g t^2 / 2$$

Com isso, temos que:

$$t = 2 v \sin(a) / g$$

- *Alcance:*

- Logo, o seu alcance pode ser determinado pelo eixo x, com a substituição do tempo de “vôo”.

$$S_x = 2v^2 \cos(a) \sin(a) / g$$

$\sin(2a) = 2 \cos(a) \sin(a)$; então:

$$S_x = v^2 \sin(2a) / g$$

Os resultados obtidos vieram um pouco diferentes do esperado. A câmera utilizada é do tipo fotográfica digital que faz filmagens. E durante as filmagens apresenta uma

margem de erro maior que uma filmadora de alta resolução, alguns fotogramas deixaram de ser filmados o que provoca um erro no tempo. Ainda em pesquisa na internet, vale um destaque para empresa de carros “Volvo” que possui o maior laboratório de colisões de veículos do mundo, lá eles realizam testes com câmeras digitais que fotografam 1000 fotos/segundo. Também temos margens de erro atrelado a própria edição das imagens, como as medidas tiradas na régua, é difícil distinguir a proximidade entre os pixels ou entre as medidas de mm da régua por exemplo.

No final da terceira aula, a turma foi separada em cinco grupos, cada grupo receberá um exercício, para resolver em casa. Os grupos irão apresentar as suas respostas na quarta aula para que possam ser discutidas com a turma.

3.4 QUARTA AULA

A quarta aula será de exercícios que foram feitos pelos grupos de alunos.

GRUPO 1 - Uma bola de massa 500g foi lançada, do solo, verticalmente para cima com velocidade inicial 10m/s. Desprezando-se a resistência do ar e adotando-se $g=10\text{m/s}^2$, determinar: (http://www.ciencia.cultura.com/Pagina_Fis/vestibular00/vestibular_CinematEscalar007.html, 09/2010)

- a) Determinar a altura máxima e o tempo de subida
- b) Determinar o tempo e sua velocidade ao chegar ao solo.

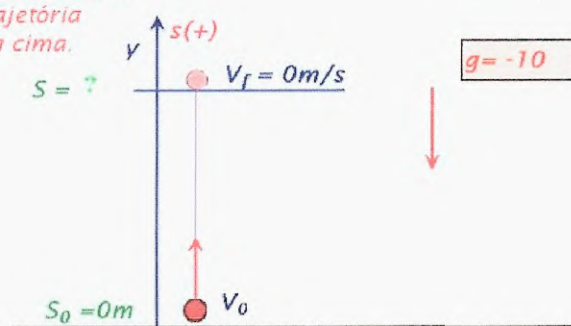
Resposta

1 – o objetivo deste exercício é chamar atenção para o tempo de subida, que é igual ao de descida, e frisar que o lançamento não depende da massa.

Notamos aqui que não foi nos fornecido a altura atingida.

Vamos fazer uma figura para visualizar o que está sendo descrito no enunciado.

Vamos orientar a trajetória para cima.



Para calcularmos o item a, faremos:

(I) $S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$, onde $S_0 = 0$ (partindo do zero em nosso referencial), $V_0 = 10 \text{ m/s}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $t = ?$

Recorrendo a (II) $V = V_0 + g t$, fazendo $V = 0$ que é a velocidade antes de voltar a cair, temos:

$$0 = 10 - 10 t$$

$$t = 1 \text{ s.}$$

Voltando para (I) e substituindo o tempo temos:

$$S = 0 + 10 \times 1 - \frac{1}{2} 1^2 \times 10,$$

$$S = 5 \text{ m.}$$

Para a letra b, faremos:

$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$, $S = 0$ (pois o objeto volta ao marco inicial) $V_0 = 10 \text{ m/s}$, $t = ?$ e $g = -10 \text{ m/s}^2$

$$0 = 0 + 10 t - \frac{1}{2} t^2 10; 10 t (\frac{1}{2} t + 1) = 0$$

$t = 0$ ou $t = 2 \text{ s}$, o zero já era esperado por que é de onde o objeto partiu.

E para velocidade ao tocar o solo recorremos a expressão $V = V_0 + g t$

$$V = 10 - 10 \times 2;$$

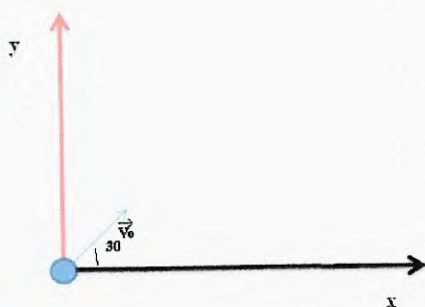
$V = -10 \text{ m/s}$. Aqui o sinal indica que está contraio ao nosso referencial, como era de se esperar o objeto estava caindo.

GRUPO 2 – Um projétil é disparado por um canhão sobre o solo de um campo horizontal com uma velocidade de módulo igual a 30 m/s. Sabendo-se que o vetor velocidade inicial forma com o solo um ângulo de 30°. Desprezando a resistência do ar, determine: (<http://www.ciencia-cultura.com/fisica.asp> , 09/2010).

- Desenhe o referencial.
- Escreva as equações nos devidos referenciais com seus devidos valores.
- Determine a altura máxima.
- Determine o tempo de voo
- Determine o alcance após 3s.

Resposta

Aqui o objetivo é reforçar a questão do referencial e frisar a parte de decomposição vetorial que será bastante útil em aulas futuras.



a)

b) Eixo x $\Rightarrow S = V t$; $S = V \cos 30 t$;

$$S = 30 (3)^{1/2} / 2 t$$

$$S = 15 (3)^{1/2} t \text{ (I)}$$

Eixo y $\Rightarrow S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$; $S = 0 + 30 \sin 30 t - \frac{1}{2} 10 t^2$;

$$S = 15 t - 5 t^2 \text{ (II)}$$

E para velocidade $V = V_0 + g t$; $V = 15 - 10 t \text{ (III)}$.

c) Como estamos falando de altura, iremos utilizar o eixo y. Para altura máxima temos que o objeto “para de subir e começa a cair”, ou seja, $V = 0$.

$$0 = 15 - 10 t; t = 1,5 \text{ s. (substituído na equação (III))}$$

Agora fazendo (II) para $t = 1,5$ temos:

$$S = 15 \times 1,5 - 5 (3/2)^2; S = 11,25 \text{ m.}$$

d) Para o tempo de vôo, significa dizer que objeto retornou a altura 0.

Fazendo (II) $S=0$, temos:

$$0 = 15 t - 5t^2; t = 0 \text{ ou } t = 3\text{s.}$$

e) Ao falar de alcance estamos nos referindo ao eixo x.

Resolvendo (I) para $t=3$ s, temos:

$$S = 15 (3)^{1/2} 3; S = 45(3)^{1/2} \text{ m.}$$

Grupo 3 – fonte (<http://www.fisicaevestibular.hpg.ig.com.br/cinu.htm> , 09/2010)

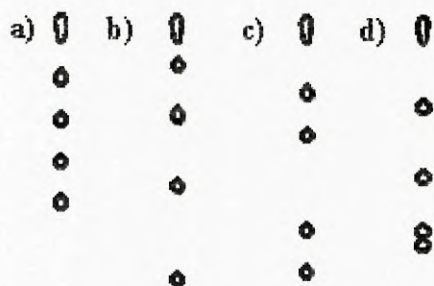
(UFMG) Uma pedra é lançada verticalmente para cima, no vácuo, onde a aceleração da gravidade é $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. No ponto mais alto de sua trajetória, a velocidade é nula. Neste ponto a aceleração da pedra é :

- a. também nula
- b. vertical para cima e vale $9,8 \text{ m/s}^2$.
- c. vertical para baixo e vale $9,8 \text{ m/s}^2$.
- d. vertical para baixo e maior que $9,8 \text{ m/s}^2$.
- e. vertical para baixo e menor que $9,8 \text{ m/s}^2$.

Resposta: C, embora a velocidade seja ZERO no ponto mais alto, a aceleração da gravidade não deixa de atuar no objeto em questão.

(UFMG-95) Uma torneira está pingando, soltando uma gota a cada intervalo igual de tempo. As gotas abandonam a torneira com velocidade nula. Desprezando a resistência

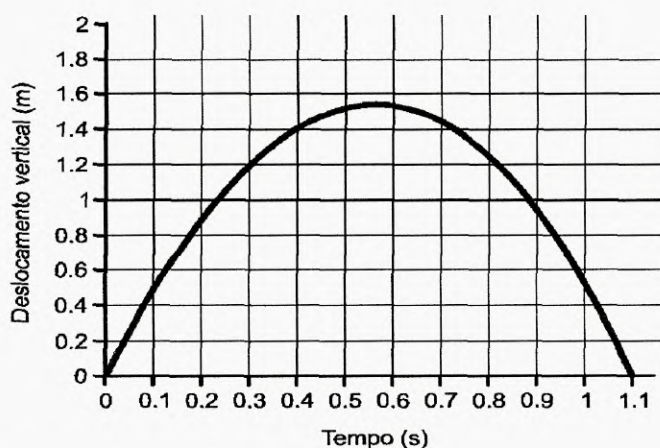
do ar, no momento em que a quinta gota sai da torneira, as posições ocupadas pelas cinco gotas são **melhor** representadas pela sequência:



Resposta: B, é a melhor imagem que se encaixa dentro do movimento vertical que é acelerado.

Grupo 4 – (Unicamp) O famoso salto duplo twistcarpado de Daiane dos Santos foi analisado durante um dia de treinamento no Centro Olímpico em Curitiba, através de sensores e filmagens que permitiram reproduzir a trajetória do centro de gravidade de Daiane na direção vertical (em metros), assim como o tempo de duração do salto. De acordo com o gráfico, determine:

- A altura máxima atingida pelo centro de gravidade de Daiane.
- A velocidade média horizontal do salto, sabendo-se que a distância percorrida nessa direção é de 1,3m.
- A velocidade vertical de saída do solo.



- Pelo gráfico, percebe-se que a altura máxima alcançada por Daiane está compreendida entre 1,4 e 1,6, portanto, um valor aproximado é 1,5 m.

b) O tempo do movimento através do gráfico, que será igual a 1,1 segundos. E para a velocidade média basta fazer:

$$V_m = \text{deslocamento} / \text{tempo} = 1,3 / 1,1 = 1,2 \text{ m/s}$$

c) Desprezando a resistência do ar, tem-se que:

$$V_y^2 = V_{oy}^2 + 2gh$$

$$0 = V_{oy}^2 + 2 \cdot (-10) \cdot 1,5$$

$$V_o^2 = 30 \Rightarrow V_o \cong 5,5 \text{ m/s}$$

<http://colegioespiritosanto.com.br/Prof/Vera/lancamento%20obliquop%20teste.doc>

Grupo 5 - Por que as probabilidades de sobrevivência são as mesmas se cairmos de um andar a 50 m do solo, sem pára-quedas, ou de um avião a 3000 m de altura?

Resposta: A que forças está submetido um objeto que cai no ar? Uma parte está na força de atração da Terra, o peso, e outra na força de resistência que o ar exerce. Podemos considerar o peso constante para as alturas em questão. A resistência do ar, no entanto depende da velocidade de queda. Quanto maior for a altura, maior será a resistência que o ar exerce sobre a queda do objeto. No momento em que a resistência do ar igualar o peso, a força resultante será nula e a partir de então, a velocidade se mantém constante. A esta velocidade denominamos velocidade limite ou terminal.

Uma vez que o objeto alcança a velocidade limite, já não importa o tempo que continua caindo, chegará ao chão com essa velocidade. Pode-se verificar que a altura de 50 m é suficiente para que uma pessoa alcance a velocidade limite; por tanto, cair de uma altura maior não implicará em nenhum aumento de velocidade com que se chega ao chão.

<http://masaahdafisica.zip.net/>

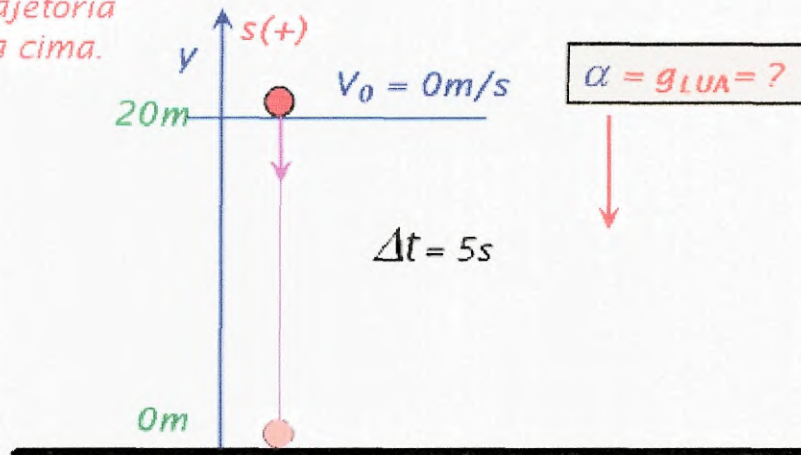
3.5 QUINTA AULA

Neste bimestre tivemos outros conteúdos avaliados. Segue abaixo as questões referentes ao nosso trabalho na avaliação somativa.

Questão 01 - Na lua, para uma pedra cair em queda livre, a partir do repouso, da altura de 20m, e atingir a superfície lunar, necessita de 5,0 s. Determine o módulo da aceleração da gravidade da lua em m/s^2 . (2,0 pontos)

Vamos fazer uma figura para visualizar o que está sendo descrito no enunciado.

Vamos orientar a trajetória para cima.



$$s = s_0 + v_0 t + \frac{g_{LUA} t^2}{2}$$

$$0 = 20 + 0 \cdot t + \frac{g \cdot (5)^2}{2}$$

$$-20 = 12,5 \cdot g$$

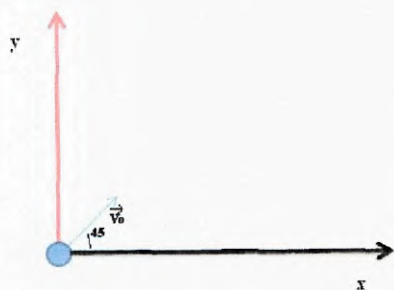
$$g_{LUA} = -1,6 \text{ m/s}^2$$

O valor do módulo da aceleração será:

$$g_{LUA} = 1,6 \text{ m/s}^2$$

Questão 2) Um garoto parado num plano horizontal, a 3m de uma parede, chuta uma bola, comunicando-lhe velocidade de 10m/s, de tal modo que sua direção forma, com a horizontal, ângulo de 45°. a aceleração da gravidade no local é $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a resistência do ar pode ser desprezada. Determine:

a) desenhe o referencial (0,5 pontos)



b) escreva as equações horárias, de cada eixo, com seus devidos valores substituídos (S em função de t) (1,5 pontos)

$$\text{Eixo } x \Rightarrow S = 10 \cos 45 t ; S = 5 (2)^{1/2} t \text{ (I)}$$

$$\text{Eixo } y \Rightarrow S = 10 \sin 45 t - 5 t^2 ; S = 5 (2)^{1/2} t - 5 t^2 \text{ (II)}$$

$$V = 10 \cos 45 - 10 t ; V = 5 (2)^{1/2} - 10 t \text{ (III)}$$

c) o instante em que a bola atinge a parede; (1,0 pontos)

$$\text{Parede a 3 m de distancia: } S_x = 3;$$

$$\text{(I) } 3 = 5 (2)^{1/2} t ; t = 0,42 \text{ s ou } t = 3(2)^{1/2}/10 \text{ s.}$$

d) a altura do ponto da parede atingido pela bola; (1,0 pontos)

Já sabemos o tempo que levou para bater na parede, agora substituindo em (II) que é referente a altura, temos:

$$S = 5 (2)^{1/2} 3(2)^{1/2}/10 - 5 (3(2)^{1/2}/10)^2;$$

$$S = 2,1 \text{ m.}$$

e) a velocidade da bola no instante do impacto. (1,0 pontos)

Basta substituir o tempo calculado no item c na equação (III);

$$V = 5 (2)^{1/2} - 10 3(2)^{1/2}/10;$$

$$V = 2 (2)^{1/2} \text{ m/s ou } V = 2,82 \text{ m/s.}$$

CAPÍTULO IV - CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho foi feito de forma bem experimental partindo de dados coletados, com auxílio da câmera digital, os alunos tiveram oportunidade de trabalhar gráficos observar experimentos, propor hipóteses, fazer analogia com as aulas de movimento retilíneo uniforme e de movimento retilíneo uniformemente variado. Com isso fica fácil mostrar para os alunos que a mecânica do movimento não muda mesmo que o objeto seja lançado verticalmente ou obliquamente, a ação da gravidade será sempre vertical. O movimento horizontal será em movimento retilíneo uniforme onde não temos atuação da gravidade.

Também é importante notar que durante a realização do movimento “balístico” o gráfico foi decomposto de forma clara em dois referenciais, mostrando o movimento bidimensional de Galileu, no plano cartesiano X-Y, que, com detalhamento da imagem, ajuda ao aluno na visualização deste movimento composto. Com as equações gerais dos movimentos retilíneo uniforme e uniformemente variado pode-se calcular a trajetória do objeto lançado e seu tempo de voo. A realização deste experimento seria uma maneira alternativa de mostrar para o aluno como este movimento funciona de forma clara e com uso de sistema referencial, que é pouco utilizado pelas escolas. Vale lembrar este assunto na maioria das vezes é simplesmente esquecido ou abandonado no Ensino Médio talvez devido às dificuldades para se ensinar ao aluno como funciona o movimento.

Para a realização dos experimentos mais simples como o de queda livre, não livre e o de massas diferentes, estes podem ser realizados facilmente em sala de aula. Já para o detalhamento dos movimentos vertical para baixo, para cima e balístico deve-se levar as imagens do movimento não editadas, mostrando o movimento, e as imagens editadas para que com auxílio de uma régua os alunos possam extrair dados e traçar os gráficos e fazer as comparações dos movimentos. E se possível levar uma apresentação em slides para que possamos mostrar tudo de forma bem detalhada.

Este trabalho abre espaço para discussão de margens de erros, sistema referencial e como proceder à parte experimental da física. E graças aos detalhamentos das imagens facilita a visualização dos movimentos. Estes experimentos podem ser realizados em casa com materiais do dia-dia, como câmera, computadores, etc.

BIBLIOGRAFIA

- Aguiar, Carlos Eduardo, Notas de aula de Informática no Ensino de Ciências – UFRJ – turma de 2008/02
- Aulas de movimento vertical no vácuo e movimento oblíquo <http://www.ciencia-cultura.com/fisica.asp> -. (07/09/2010)
- Ferrari, Marcio, Lev Vygotsky - O teórico do ensino como processo social, Revista nova escola – edição especial 10/2008,
- Física dá futebol Portal Virtual, São Paulo, Universidade de São Paulo (http://futebol.incubadora.fapesp.br/portal/conceitos/MovimentoBal_c3_adstico)
- Image J <http://www.imagingbook.com/fileadmin/goodies/ijtutorial/tutorial171.pdf> – Tutorial (07/09/2010)
- JUPIASSU H. & MARCONDES DOM; Dicionário Básico de Filosofia; 2ª edição, Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1991
- Nussenzveig, Moisés, CURSO DE FÍSICA BÁSICA V.1 – São Paulo - SP, Editora Blucher LTDA, 1996
- RAMALHO, F.; NICOLAU, G.; TOLEDO, PA; Os fundamentos da Física. Vol.1, São Paulo –SP ,Editora Moderna, 1993, 6ª edição
- Virtual Dub <http://www.babooforum.com.br/forum/index.php?showtopic=126854> – Tutorial (07/09/2010)
- Wikipédia - http://pt.wikipedia.org/wiki/P%C3%A1gina_principal (07/09/2010)
- <http://www.fisicaevestibular.hpg.ig.com.br/cinu.htm> , 09/2010
- <http://colegioespiritosanto.com.br/Prof/Vera/lancamento%20obliquop%20teste.doc>
- <http://masaahdafisica.zip.net/>

alongar/inclinar” e ponha o tamanho para ampliar (valores superiores a 100%) ou reduzir a imagem (inferiores a 100%). Agora na barra de ferramentas clique em “linha” e escolha uma cor que possa se destacar da imagem. Faça traços para marcar as referências. A partir do ponto inicial trace linhas em direção as marcações feitas, o próprio “paint” no canto inferior à direita indica a posição do cursor “em pixels”, em quanto “arrasta o mouse”, assim nos dando as distâncias entre as marcações.

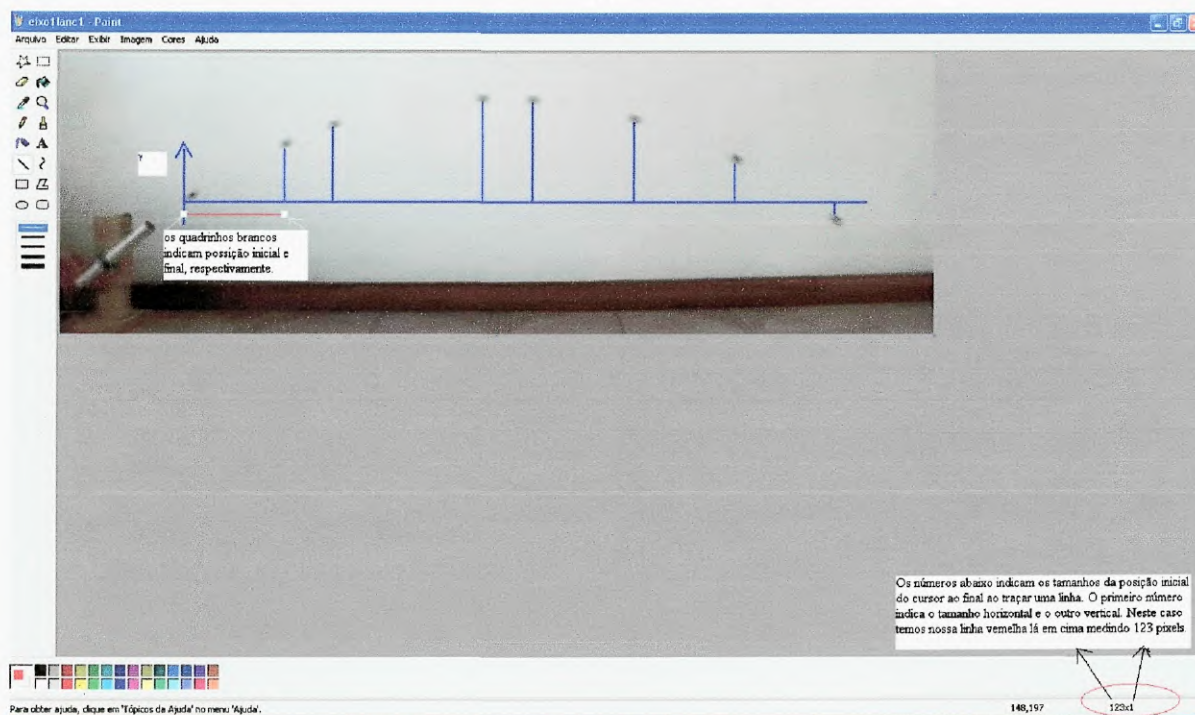


Figura acima ilustra como foram feito as medições pelo “paint”

Para traçar os gráficos foi utilizado o programa “Origin Pro” que também pode ser encontrado facilmente no Google. Depois de instalado, basta abrir o programa e digitar os dados nas colunas. Em seguida clicar com o botão direito em cada uma das colunas e, A(x) e B(y), em “set as” indicar quem representa o eixo x e y. E para finalizar com o mouse selecionar as colunas “arrastando” os dados e clicar em “analysis, polynomial e indicar o grau (2) e ok”. Com o botão direito do mouse em cima da coluna pode-se alterar as informações a respeito do eixo x-y sem dificuldades.